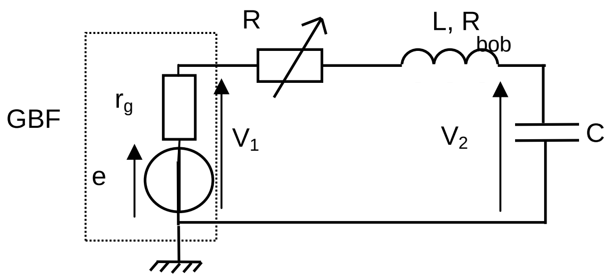
CIRCUIT RLC SERIE EN REGIME TRANSITOIRE
Etude Théorique

1. Etude de la tension aux bornes de C :

1.1 Equation différentielle :

On s'intéresse à la tension aux bornes du condensateur d'un circuit RLC série :



L'équation différentielle vérifiée par V_2 est :

$$\boxed{\frac{d^2V_2}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dV_2}{dt} + \omega_0^2 V_2 = \omega_0^2 e}$$

avec la pulsation propre $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ et le facteur de qualité $\boxed{Q = \frac{L\omega_0}{R_{tot}} = \frac{1}{R_{tot}}\sqrt{\frac{L}{C}}}$ où $\boxed{R_{tot} = r_g + R + R_{bob}}$ est la résistance totale du circuit.

1.2 Réponse à un échelon de tension E:

1.2.1 Equation caractéristique pour la solution homogène:

Pour trouver la solution homogène $V_{2,H}$, on résout l'équation caractéristique $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$ dont le discriminant est $\Delta = \omega_0^2\left(\frac{1}{Q^2} - 4\right)$

La solution particulière est $V_{2,P} = E$.

Les différents régimes fonctions du signe de Δ sont rappelés dans la suite.

1.2.2 Régime critique :

Ce régime correspondant à Δ=0 et à une valeur particulière de la résistance totale notée R_{crit} n'est pas accessible en pratique.
On a :

$$\boxed{Q_{crit} = \frac{1}{2}} \text{ soit } \boxed{R_{crit} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

et la solution générale est de la forme :

$$\boxed{V_2 = E + \mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}(At + B)}$$

1.2.3 Régime apériodique :

Il correspond à de fortes résistances : $\boxed{Q < \frac{1}{2}}$ soit $\boxed{R > R_{crit}}$

et la solution générale est de la forme :

$$\boxed{V_2 = E + e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}\left(A e^{-\frac{\sqrt{\Delta}}{2}t} + B e^{\frac{\sqrt{\Delta}}{2}t}\right)}$$

1.2.4 Régime pseudo-périodique :

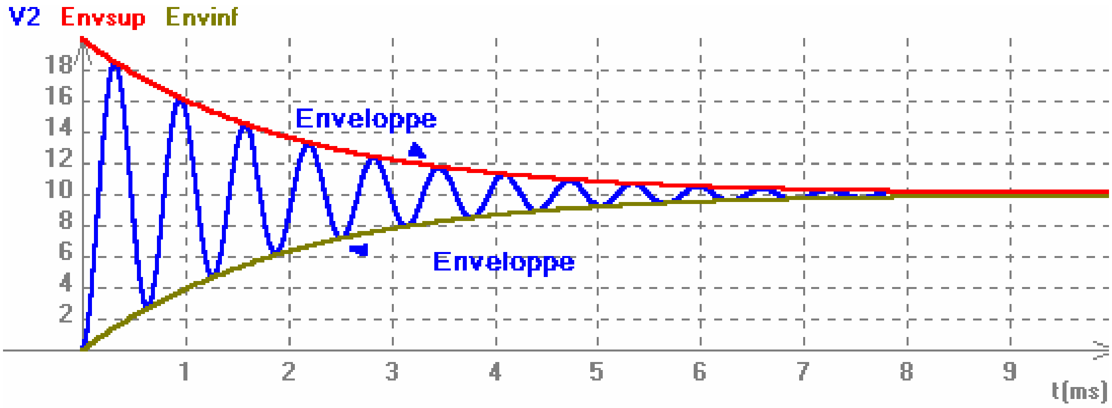
Il correspond aux petites résistances : $\boxed{Q > \frac{1}{2}}$ soit $\boxed{R < R_{crit}}$

et la solution générale est :

$$\boxed{V_2 = E + A e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}\cos(\Omega t + \phi)}$$

où la pseudo-pulsation Ω vaut : $\boxed{\Omega = \frac{\omega_0}{2}\sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}}}$ et la pseudo-période est $\boxed{T = \frac{2\pi}{\Omega}}$.

On a représenté la V_2 dans le cas Q=10, ω_0=1000 rad/s et E=10 V.



Les courbes enveloppes ont pour équation :

$\boxed{E + A e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}}$ et $\boxed{E - A e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}}$

Le décrément logarithmique qui permet d'évaluer l'amortissement des oscillations est :

$\boxed{\delta = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{V_2(t) - V_2(\infty)}{V_2(t+nT) - V_2(\infty)}\right) = \frac{\omega_0 T}{2Q}}$ où $V_2(\infty)$ est la valeur atteinte par V_2 en régime continu.

Dans la plupart des cas de régimes pseudo-périodiques, Q est assez grand pour écrire : $\Omega \approx \omega_0$ (exemple pour Q=10, Ω=0.9987 ω_0). Alors, $\boxed{\delta = \frac{\omega_0 2\pi}{2\Omega Q} = \frac{\pi}{Q}}$ et la mesure de δ permet de mesurer Q.

2. Temps de montée d'un signal :

On s'intéresse à un signal V_2 de valeur $V_{2,0}$ à l'instant t=0 et de valeur $V_{2,\infty}$ en régime permanent. On note $\boxed{\Delta V_2 = V_{2,\infty} - V_{2,0}}$, l'accroissement du signal. On appelle t_{10} l'instant pour lequel l'accroissement de V_2 reste supérieur à 10% de ΔV_2 et t_{90} l'instant à partir duquel pour lequel l'accroissement de V_2 reste supérieur à 90% de ΔV_2. L'intervalle de temps $\boxed{\Delta t = t_{90} - t_{10}}$ définit le temps de montée d'un signal. Il est important que ce temps soit le plus petit possible pour une transmission rapide de l'information.

Le temps de montée est plus grand pour le régime pseudo-périodique de grand facteur de qualité que pour le régime apériodique. C'est le régime critique qui a le temps de montée le plus court : c'est donc le régime le plus rapide.

Le schéma suivant donne la méthode de détermination dans un cas des régime pseudo-périodique et apériodique.