

## Epreuve de Physique

Durée 4 h

**Indications générales :** il est rappelé que le manque de soin peut être pénalisé. En particulier, les résultats seront encadrés. Les applications numériques donnent lieu aux mêmes bonifications que n'importe quelle question. Les résultats doivent impérativement être donnés avec leurs unités.

Le présent sujet traite de l'oscilloscope cathodique. Les parties 1 et 2 sont consacrées à la déflexion électrostatique qui est le phénomène fondamental mis en oeuvre pour mesurer une différence de potentiel. La partie 3 étudie quelques aspects de la base de temps. La partie 4 met en évidence l'impédance d'entrée d'une voie de l'oscilloscope et les conséquences qui en découlent pour la mesure. Ces parties sont largement indépendantes.

Constantes générales :

Masse de l'électron:  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg,

Charge de l'électron :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C

### Partie 1 : Réfraction d'un faisceau d'électrons.

Une cathode chauffée, C, émet des électrons dont on peut négliger la vitesse initiale. Ces électrons se déplacent dans le vide jusqu'à rencontrer une anode, A, plaque métallique percée d'un trou permettant à une partie du faisceau d'électrons de s'échapper dans la direction horizontale Oz. On néglige le poids des électrons dans tout le problème.

On établit entre A et C, une différence de potentiel  $U_{AC} = 200$  V.

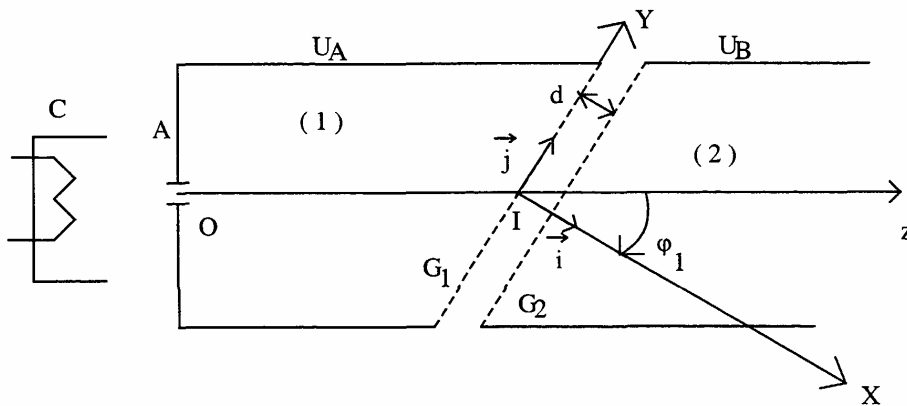


Fig. 1

**1.1.** Déterminer l'expression et calculer numériquement la vitesse  $v_0$  avec laquelle les électrons traversent l'anode en O en fonction de  $U_{AC}$  et des constantes générales.

Le faisceau d'électrons issus de O, accéléré entre C et A, traverse au point I une grille  $G_1$  connectée à l'anode A et dont le potentiel est  $U_A$ . L'espace entre l'anode A et la grille  $G_1$  est noté (1) ; il est vide. La normale à la grille  $G_1$  forme avec l'axe Oz un angle  $\phi_1$ . Une seconde grille  $G_2$  parallèle à la première, à la distance  $d$  de celle-ci, est portée au potentiel  $U_B$ . On rapporte le mouvement des électrons aux axes IY et IZ de vecteurs unitaires respectifs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ . La géométrie du système est représentée en figure 1. L'origine des temps est tel que l'électron étudié est en I à l'instant  $t = 0$ .

**1.2.** Que vaut le champ électrique dans l'espace (1) ? En déduire la vitesse  $V$ , des électrons au point 1, en fonction de  $v_0$  et de l'angle  $\phi_1$ .

- 1.3. Déterminer l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  entre les grilles  $G_1$  et  $G_2$  en fonction de la différence de potentiels  $U_{AB} = U_A - U_B$ , de la distance  $d$ .
- 1.4. En déduire l'expression de la force électrostatique subie par un électron entre les grilles.
- 1.5. Par application du principe fondamental de la dynamique, écrire l'expression de la vitesse d'un électron en fonction du temps, de  $U_{AB}$ , de la distance  $d$ , des constantes générales et du vecteur  $\vec{v}_1$ .
- 1.6. En déduire l'expression du vecteur position d'un électron  $\vec{r} = \overrightarrow{IM}(t)$ . Ecrire les composantes  $X$  et  $Y$  dans le repère  $(IX, IY)$  du vecteur position en fonction des constantes générales, de  $U_{AB}$ , de  $d$ , du temps, de  $v_0$  et de  $\varphi_1$ .
- 1.7. Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire définie par  $X = f(Y)$ .
- 1.8. Soit un point  $M'$  de coordonnées  $(X', Y)$  appartenant à l'axe  $Iz$ , son ordonnée  $Y$  étant la même que celle du point  $M$ . Donner la relation entre  $X'$  et  $Y$  en fonction de  $\varphi_1$ .
- 1.9. Définir la position de l'électron par rapport au point  $M'$  en fonction du signe de  $U_{AB}$ .  
On exprimera la différence  $X - X'$  en fonction des constantes générales,  $d$ ,  $U_{AB}$ ,  $v_0$ ,  $\varphi_1$  et  $Y$ .
- 1.10. Pour les deux cas  $U_{AB} < 0$  et  $U_{AB} > 0$ , représenter la trajectoire de l'électron et les points  $M$  et  $M'$ .
- 1.11. Etablir le module de la vitesse  $v_2$  de l'électron au niveau de la grille  $G_2$ , en fonction des constantes générales,  $U_{AB}$  et  $v_0$ ; dépend-il de la distance  $d$ ?
- 1.12. Soit  $\varphi_2$  l'angle que fait le vecteur vitesse de l'électron avec l'axe  $IX$  à la sortie de la grille  $G_2$ . Démontrer qu'entre les deux grilles le produit scalaire  $\vec{j} \cdot \vec{v}$  est constant.
- 1.13. En déduire une relation entre  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .
- 1.14. La région (2) située au-delà de la grille  $G_2$  et également vide, est intérieure à un cylindre métallique connecté avec  $G_2$ . Quelle est la trajectoire de l'électron dans cette région (2)? Justifier votre réponse.
- 1.15. Les deux grilles  $G_1$  et  $G_2$  sont très proches et on néglige la distance  $d$ . Construire sur un schéma la trajectoire du faisceau d'électrons pour les deux cas suivants :  
 $U_{AB} = 80V$  et  $U_{AB} = -120 V$ . On donne  $\varphi_1 = 45^\circ$ .
- 1.16. Par analogie avec l'optique géométrique, donner, dans les deux cas, l'«indice de réfraction» de la région (2) par rapport à la région (1) pour le dioptre constitué par le système de grilles.
- 1.17. Dire en quoi le système de grilles peut être utile pour la focalisation du faisceau d'électrons.

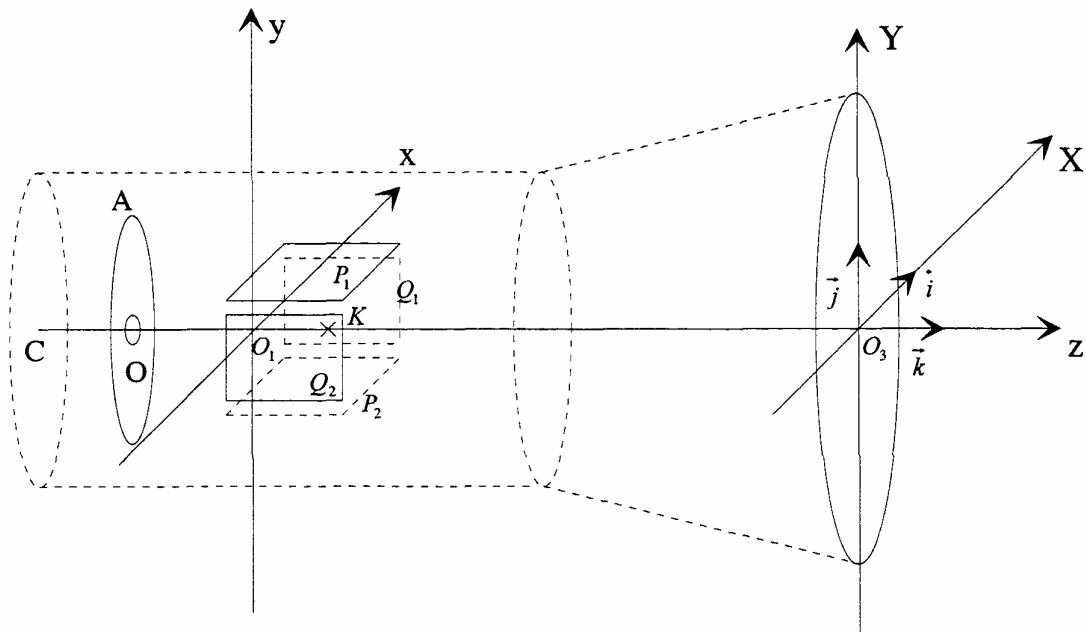
## Partie 2 : Plaques de déflexion

Dans cette partie, l'oscilloscope n'est pas pourvu du système de deux grilles étudié dans la partie précédente. Les électrons accélérés entre cathode chaude et anode pénètrent en  $O_1$ , avec une vitesse  $v_0 = 30000 \text{ km.s}^{-1}$  parallèlement à l'axe  $O_1z$  dans un dispositif de déflexion composé de deux paires de plaques parallèles ;  $P_1$  et  $P_2$  sont horizontales alors que  $Q_1$  et  $Q_2$  sont verticales. Les électrons, après passage dans ce système de détection poursuivent leur trajectoire jusqu'à frapper un écran fluorescent sur lequel leur trace se matérialise sous forme d'un spot lumineux. La géométrie du système est donnée en figure 2.

Le mouvement des électrons dans le système de déflexion est rapporté aux axes  $O_1x$ ,  $O_1y$  et  $O_1z$  munis des vecteurs unitaires  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  orthonormés.

Les plaques  $P_1$  et  $P_2$ , d'une part et les plaques  $Q_1$  et  $Q_2$  d'autre part, sont symétriques par rapport à l'axe  $Oz$ . L'écartement entre les paires de plaques est le même,  $d = 2 \text{ cm}$  et leur longueur, parallèlement à  $O_1z$  est  $\lambda = 5 \text{ cm}$ .

On admet que le champ électrique est nul à l'extérieur du volume délimité par les plaques et que le dispositif est enfermé dans une ampoule scellée dans laquelle règne un vide poussé. On admet que le champ électrique produit par chaque paire de plaques est uniforme et normal aux plaques qui le produisent.



**Fig. 2**

Soit  $D = 25$  cm la distance entre le centre  $K$  du système de déflection et le point  $O_3$  au centre de l'écran. La position  $S$  de la trace est rapportée aux axes  $O_3X$  et  $O_3Y$  munis des vecteurs orthonormés  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ .

**On notera que les repères utilisés dans cette partie ne coïncident pas avec ceux de la partie 1.**

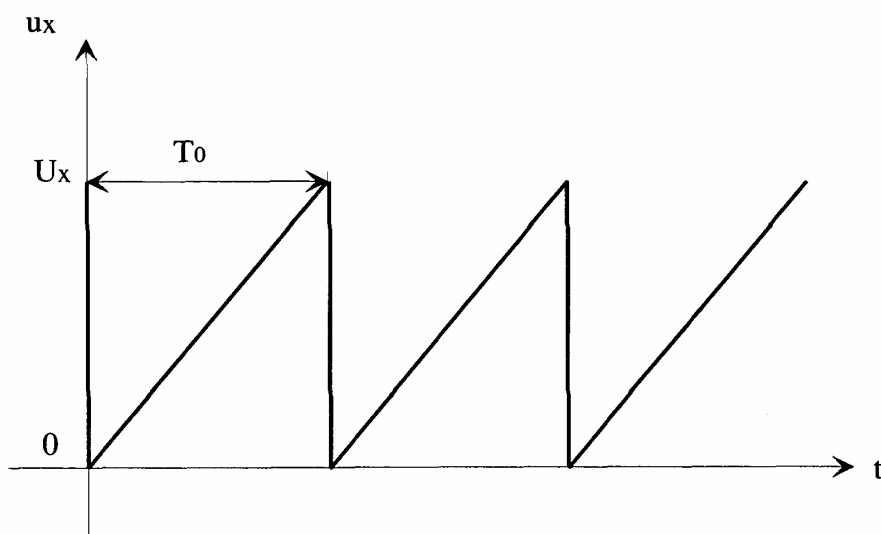
- 2.1. On établit entre  $P_1$  et  $P_2$  une différence de potentiel  $U_Y = V_{p1} - V_{p2}$  et une différence de potentiel nulle entre les plaques  $Q_1$  et  $Q_2$ . Etablir l'expression de la force qui agit sur un électron situé dans le champ et l'accélération de cet électron dans le système  $O_1xyz$  en fonction des constantes générales,  $d$  et  $U_Y$ .
- 2.2. En déduire, par intégration, l'équation cartésienne de la trajectoire d'un électron qui pénètre dans le système de détection sous la forme  $y = f(z)$  en fonction des constantes générales,  $d$ ,  $U_Y$  et  $v_0$ .
- 2.3. Montrer que, quand il est sorti du système des plaques de détection, la trajectoire de l'électron est une droite passant par le point  $K$ .
- 2.4. Exprimer les coordonnées du spot  $S$  sur l'écran en fonction des constantes générales,  $d$ ,  $U_Y$ ,  $v_0$ ,  $\lambda$  et  $D$ .

La tension  $U_Y = V_{p1} - V_{p2}$  étant maintenue comme précédemment, on établit maintenant une différence de potentiel  $U_X = V_{q1} - V_{q2}$  entre les plaques  $Q_1$  et  $Q_2$ .

- 2.5. Etablir les expressions des vecteurs vitesse et position de l'électron à l'instant  $t$  en fonction des constantes générales,  $d$ ,  $U_X$ ,  $U$  et  $v_0$ .
- 2.6. En déduire l'expression de la position  $M_1$  et de la vitesse  $\vec{v}_1$  de l'électron à la sortie du dispositif de déflection.

- 2.7. Ecrire les expressions en fonction du temps des coordonnées  $x, y, z$  de l'électron à un instant  $t$  postérieur à  $t_1$ , instant où l'électron quitte le dispositif de déflexion.
- 2.8. Montrer que la trajectoire ultérieure semble provenir du centre  $K$ .
- 2.9. Exprimer les coordonnées du spot à l'écran en fonction des tensions  $U_X$  et  $U_Y$ .
- 2.10. Application numérique : calculer la position du spot pour  $U_X = 70 \text{ V}$  et  $U_Y = 120 \text{ V}$ .

### Partie 3 : Balayage horizontal ; base de temps



**Fig. 3**

Dans cette partie, les coordonnées  $(X, Y)$  du spot à l'écran sont fonctions des tensions  $U$  et  $U_Y$  selon :

$$X = k \cdot U_X$$

$$Y = k \cdot U_Y$$

avec  $k = 1,22 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{V}^{-1}$ .

Un dispositif de balayage horizontal permet d'établir entre les plaques  $Q_1$  et  $Q_2$  (cf. partie 2) la tension en dents de scie représentée à la figure 3.

La période de cette tension est  $T_0 = 0,01 \text{ s}$  et son amplitude est  $U_X = 200 \text{ V}$ .

- 3.1. Déterminer l'expression de la tension de balayage horizontale  $u_X$  en fonction du temps entre les instants  $t = 0$  et  $t = T_0$  en fonction de  $U_X$  et  $T_0$ .
- 3.2. Déterminer la durée du passage des électrons dans le dispositif de déflexion étudiée dans la partie précédente et la comparer à la période de la tension de balayage horizontale. Quelle conséquence peut-on déduire de cette comparaison?
- 3.3. Représenter sur un schéma la courbe décrite par le spot lorsque la tension  $U$  appliquée entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$  est :
  - a) constante et égale à  $100 \text{ V}$ .
  - b) sinusoïdale, égale à  $u_Y = U_Y \cdot \sin(2\pi f t)$  avec  $U_Y = 100 \text{ V}$  et  $f = 50 \text{ Hz}$ .

- 3.4. L'incertitude sur la position verticale Y du spot, due au temps de traversée du dispositif de déflexion, devant rester inférieure à  $\Delta Y = 1 \text{ mm}$ , quelle est la fréquence maximale de la tension  $u_Y = U_Y \cdot \sin(2\pi f t)$  que l'on peut appliquer entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$  ?

On étudie maintenant le fonctionnement du circuit représenté en figure 4. L'interrupteur K est un interrupteur commandé par la sortie du comparateur. Si la tension sur l'entrée non inverseuse du comparateur est supérieure à la tension sur l'entrée inverseuse, alors l'interrupteur K est ouvert et fermé dans le cas contraire. A l'instant  $t = 0$ , on admet que le condensateur C est déchargé. Les amplificateurs opérationnels sont supposés idéaux. On donne  $E_1 = 12 \text{ V}$  et  $E_2 = 10 \text{ V}$  -

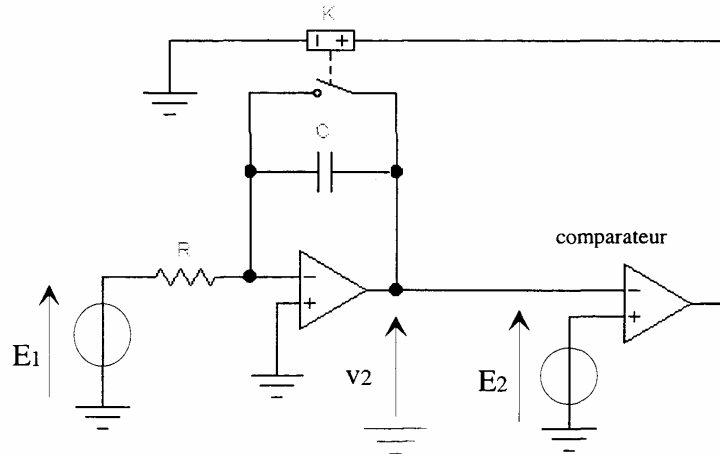


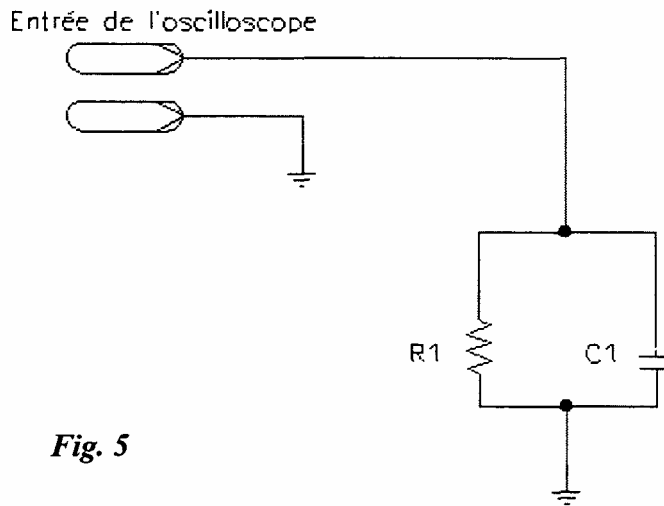
Fig. 4

- 3.5. Exprimer  $v_2(t)$  en fonction de  $R$ ,  $C$  et de la tension constante  $E_1$ .
- 3.6. Déterminer l'instant  $t_b$  de basculement du comparateur.
- 3.7. Représenter la tension  $v_2(t)$  sur deux périodes.
- 3.8. Calculer la capacité  $C$  pour que la période soit égale à  $T_0 = 0,01 \text{ s}$ . On donne  $R = 1 \text{ k}\Omega$ .

#### Partie 4 : Sonde d'oscilloscope

L'entrée de l'oscilloscope est équivalente au circuit de la figure 5 avec  $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$  et  $C_1 = 50 \text{ nF}$ . Pour connecter le point de mesure du circuit à l'entrée de l'oscilloscope, on utilise un câble coaxial équivalent à une résistance  $R = 50 \Omega$ . On appelle  $v_1(t)$ , la tension à mesurer et  $v_2(t)$ , la tension à l'entrée de l'oscilloscope et on note respectivement  $\underline{V}_1$  et  $\underline{V}_2$ , leurs représentations complexes.

- 4.1. Représenter le schéma électrique constitué du câble coaxial connecté à l'entrée de l'oscilloscope.



**Fig. 5**

**4.2.** Etude en régime sinusoïdal

**4.2.1.** Déterminer

la fonction de transfert du circuit équivalent  $\underline{T}(j\omega) = \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)}$  ; la mettre sous la forme  $\underline{T}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$  et

exprimer  $A_0$  et  $\omega_0$  en fonction de  $R$ ,  $R_1$  et  $C$ .

**4.2.2.** Représenter le diagramme de Bode asymptotique de cette fonction de transfert.

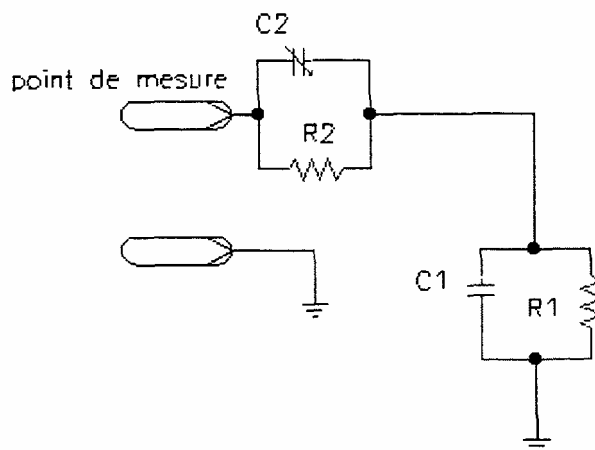
**4.2.3.** Déterminer et calculer numériquement la fréquence de coupure à -3 dB du circuit.

**4.3.** Réponse indicielle : déterminer la réponse à un échelon d'amplitude  $E_0$ .

**4.4.** Réponse à un signal carré : déterminer la réponse à un signal carré 0 V - 12 V de fréquence  $f = 10$  kHz. Interpréter l'allure du signal de sortie en tant que réponse du filtre constitué par le circuit de mesure.

**4.5.** Sonde compensée.

On remplace le câble coaxial par une sonde compensée dont le circuit équivalent consiste en un condensateur de capacité variable  $C_2$  et une résistance fixe  $R_2 = 9$  M $\Omega$ , montés en parallèle.



**Fig. 6**

**4.5.1.** Déterminer la fonction de transfert du circuit équivalent  $\underline{T}(j\omega) = \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)}$ .

**4.5.2.** Déterminer la condition pour que cette fonction de transfert soit réelle et déterminer le coefficient d'atténuation dans ce cas.

**4.5.3.** Déterminer la réponse du circuit équivalent au signal carré de la question 4.4 .

**4.5.4.** Indiquer en quelques lignes l'intérêt de la compensation.

