CONCOURS D'ENTREE A - 1999 (ENSAIT)

Epreuve de PHYSIQUE II

Durée 2heures

(tous les candidats)

Etude d'un moteur à air comprimé

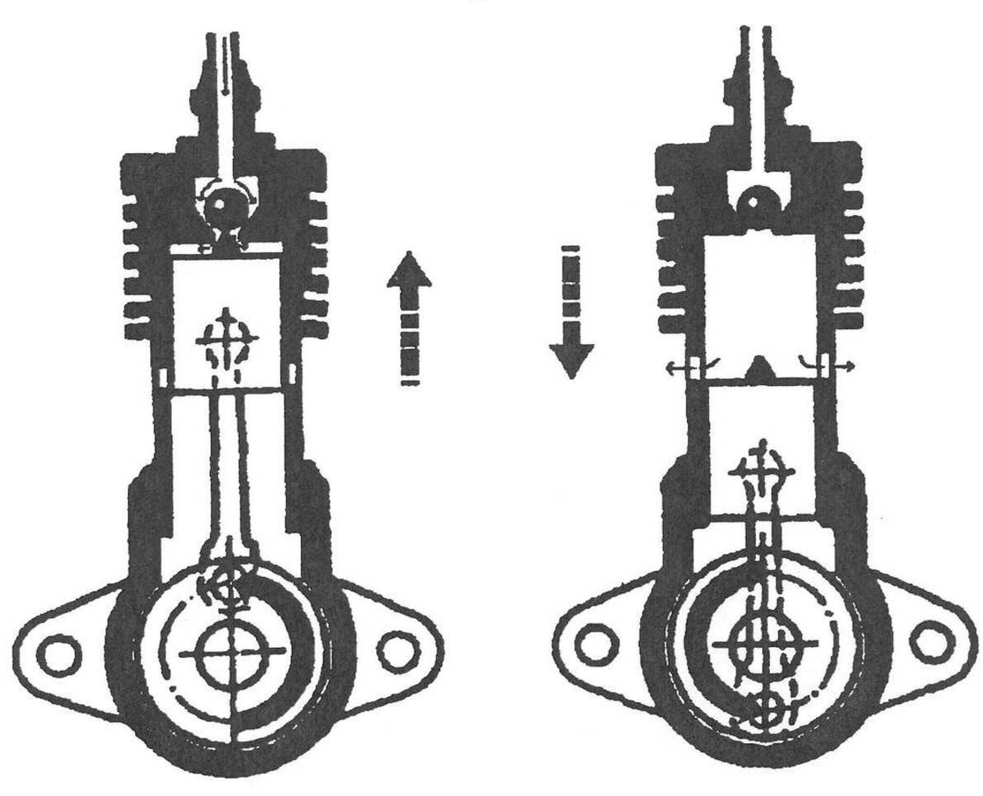
Données:

Constante molaire des gaz parfaits	: R= 8,31 J/(mol.K);
Pression atmosphérique	: P_0=1bar=10^5 Pa;
Température de l'atmosphère supposée constante	: T_0= 300K;
Rapport des chaleurs massiques de l'air	: $C_p/C_v=\gamma=1,4$;
Masse molaire moyenne de l'air sec	: M_a=29g/mol;

Le moteur à air comprimé présenté dans ce problème est un moteur à piston, alimenté par de l'air comprimé qu'on assimile dans tout le problème à un gaz parfait. Le principe de fonctionnement de ce moteur est illustré sur la figure 1.L'air comprimé arrive par la canalisation supérieure et ne peut pénétrer dans le cylindre que lorsque la bille est poussée par le petit ergot situé sur le piston. L'admission de l'air n'est donc possible que lorsque le cylindre est en « position haute » (point mon extérieur).Le cylindre étant doté de petites ouvertures, l'échappement n'est permis que lorsque le cylindre est en « position basse » (point mort intérieur).

L'air comprimé provient d'un réservoir de volume V_{r1}=0,2m^3 ayant une pression initiale P_{r1}=100bars et une température initiale $T_{r1} = T_0$

Fig1



Les deux parties sont largement indépendantes.

A)Etude du réservoir à air comprimé

Pour répondre aux questions suivantes, relatives aux détentes proposées ,on pourra imaginer que l'air comprimé du réservoir est placé dans un cylindre fermé par un piston mobile ;la fin de la détente correspondant à une pression de l'air égale à P_{r2}=20bars.

1)On admet dans cette question que l'air est détendu de manière isotherme à la température T_0.
1.1)La détente doit-elle être réalisée lentement ou rapidement ?Justifier
1.2)Exprimer le travail mécanique W_{iso} maximal récupérable au cours de la détente.
1.3)Evaluer numériquement W_{iso}.

2)On admet dans cette question que l'air est détendu de manière adiabatique.
2.1)Calculer le travail mécanique W_{adi} maximal récupérable au cours d'une telle détente.
2.2)Evaluer numériquement W_{adi}.
2.3)Que vaut la température finale de l'air restant dans le réservoir ?Quel phénomène risque-t-il de se produire?

3)L'expérience montre que l'air ne subit ni une détente isotherme ni une détente adiabatique ; un transfert thermique à travers les parois du réservoir accompagne la détente. Ce transfert est modélisé par une relation du type

$$P_{th} = -a(T_r - T_0)$$

Où P_{th} est la puissance thermique reçue par l'air ;
T_r est la température supposé uniforme de cet air au sen du réservoir ;
a est une constante.

3.1)De quels facteurs dépend la constante a ?Quelle est son unité?

La détente étant supposée mécaniquement réversible, on étudie la transformation élémentaire subie par l'air entre les instants t et t + dt :

3.2)Réaliser un bilan énergétique pour obtenir une relation différentielle liant les variables T_r, V_r et t qui sont respectivement la température de l'air, le volume occupé par cet air et le temps t

Résoudre cette équation différentielle nécessite de se donner une loi d'évolution du volume V_r avec t. On choisit la loi d'évolution suivante :

$$V_r = V_{r1}\left(1+\frac{t}{\tau}\right) \qquad \text{où } \tau \text{ est une constante.}$$

3.3)Montrer que l'équation différentielle de la question 3.2) peut se mettre sous la forme:

$$\frac{dT_r}{dt} + \frac{T_r - T_0}{\tau'} = -(\gamma-1)\frac{T_r}{(t+\tau)}$$

où τ' est une constante caractéristique du dispositif qu'on exprimera en fonction de a, γ, P_{r1}, V_{r1} et T_{r1} .

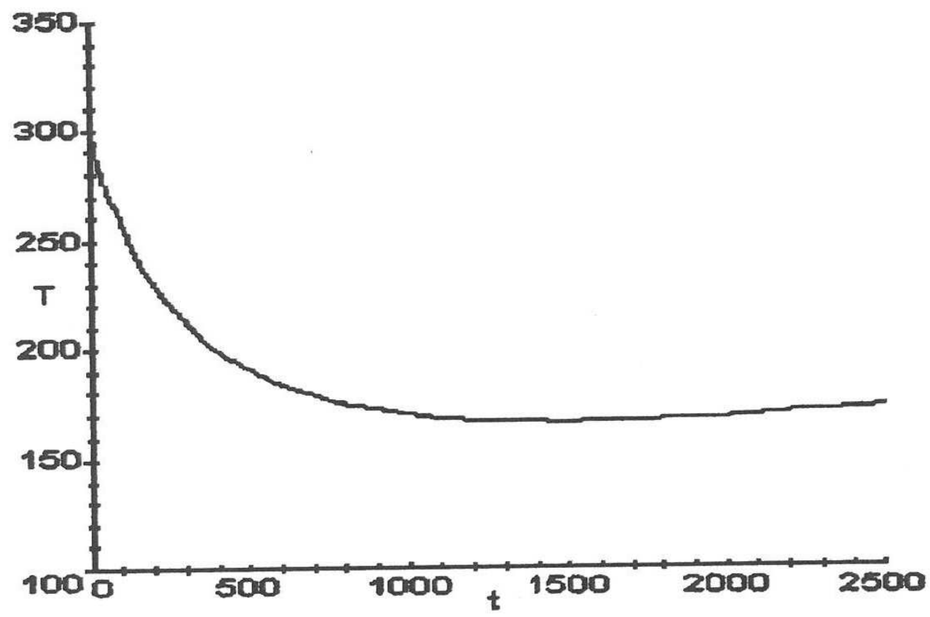
3.4)Comment doit-on choisir τ par rapport à τ' pour retrouver :

-la transformation isotherme ?
-la transformation adiabatique ?

On justifiera le choix par des arguments physiques.

La résolution de l'équation différentielle et le tracé de la courbe représentative de la fonction $T_r(t)$ conduit au graphe de la figure 2 suivant lorsque $\tau = 200$s et a = 5usi : (T est en K et t est en s)

Fig 2



On appelle $T_{r\,m}$ la température minimal et t_m l'instant pour lequel cette température est atteinte.

3.5)Interpréter physiquement les deux parties de la courbe.

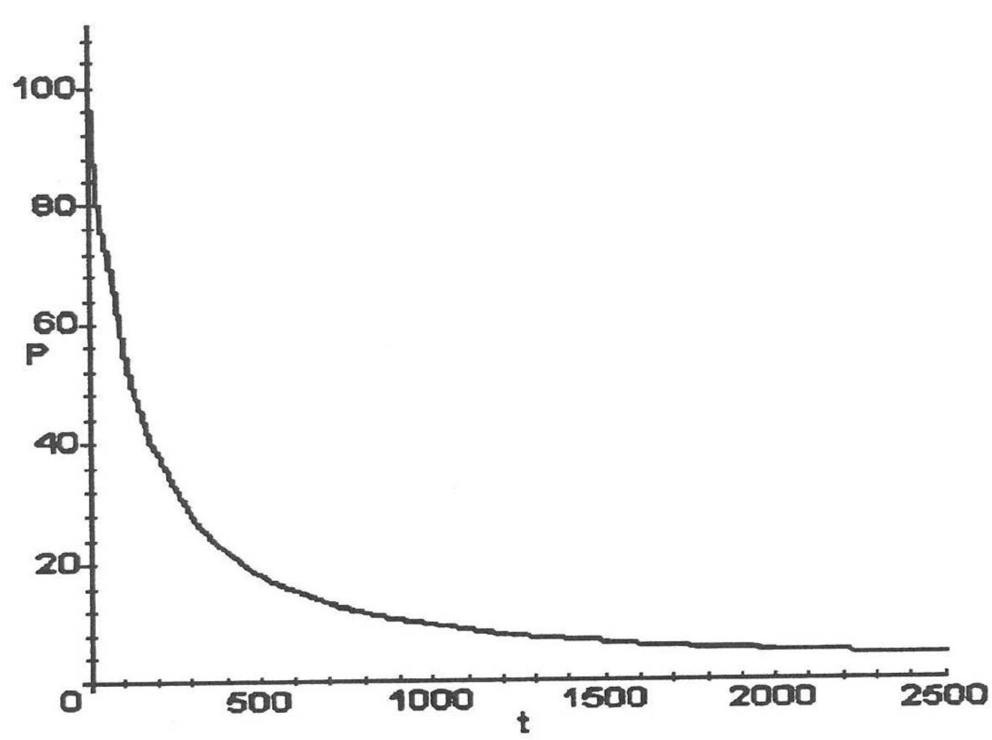
3.6)Etablir la relation liant $T_{r\,m}$ et t_m.

3.7)En appelant P_{rm} la pression à l'instant t_m , établir une relation simple entre $P_{r\,m}$ et $T_{r\,m}$ et les constantes a , τ, T_0 et V_{r1}.

3.8)Evaluer $T_{r\,m}$ sur le graphe et en déduite $P_{r\,m}$.

La courbe donnant la variation de P_r fonction du temps est présentée sur la figure 3 où P est en bar et t en s:

Fig3



3.9) $P_{r\ m}$ étant inférieure P_2 ,les variations de pression et de température au cours de la détente sont monotones. En conséquence, on modélise la transformation subie par le gaz par une loi, liant sa pression et son volume, du type $P_r V_r^k = Cte$.

Evaluer numériquement la valeur de k.

3.10)En déduire le travail mécanique récupérable au cours de la détente.

B)Etude de l'arrêt du moteur.

Dans cette partie, on s'intéresse au moteur lui-même actionné par le gaz comprimé sortant du réservoir.

Pour simplifier , on suppose que le remplissage est instantané lorsque le piston est situé au point mort extérieur ;le volume offert au gaz dans le cylindre est alors de $V_1=5cm^3$.De même, on suppose que l'air s'échappe instantanément du cylindre lorsque le piston est au point mort intérieur le volume offert est alors de $V_2 = 50cm^3$.

1)Après plusieurs aller- retours, le moteur s'arrête. Expliquer succinctement pourquoi l'arrêt intervient avant que la pression du réservoir n'égale P_0 : pression atmosphérique.

2)On constate qu'en fin d'admission, la température de l'air dans le cylindre est T_1=350K.Comment expliquez-vous une température si élevée?

3) On suppose que lors de la descente du piston (et lors de la remontée), la transformation subie par le gaz est adiabatique et réversible. Si la pression enfin d'admission est P_1, quelle est-elle juste avant l'échappement : P_2 ?

4)Calculer numériquement la température juste avant l'échappement T_2.

5)Si $P_2 > P_0$, une nouvelle détente ,au cours de l'échappement, s'opère dans l'air atmosphérique. On admet que cette détente est de type adiabatique réversible pour l'air restant dans le cylindre

Quelle est sa pression finale ?En déduire sa température en fonction de T_2 , P_2 ,P_0 et des constantes nécessaires puis en fonction de T_1 , P_1 , P_0 et des constantes nécessaires.

6)Déduire des questions précédentes le travail reçu par l'air :

-lorsque le piston passe du point mort extérieur au point mort intérieur ; on donnera ce travail en fonction de P_1, V_1, V_2 et γ.

-lorsque ce piston passe du point mort intérieur au point mort extérieur ;on donnera ce travail en fonction de P_0 , V_2 , V_1 et γ.

7)En déduire la relation numérique liant le travail total W_T (reçu par le gaz au cours d'un aller-retour du piston) et P_1.

8)Calculer numériquement ce travail W_T au début du fonctionnement du moteur, c'est à dire pour P_1=100bar.

On estime que le moteur s arrête lorsque ce travail W_T s'annule.

9)En déduire la pression minimale du réservoir en deçà de laquelle le moteur s'arrête.

10)Pouvait-on calculer cette pression minimale plus rapidement et si oui, comment?

11)Compte tenu de cette valeur , quelle(s) amélioration(s) voyez vous pour un tel moteur ?

FIN